**Prezime, ime, br. indeksa:** ______________________ **21.02.2021.**

**Studijski program E1 E2 PR SV IT IN (zaokruži)** **KOLOKVIJUM 1**

U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti broj ili brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

- Pri deljenju polinoma $x^4+4x^2-6$ sa $x^2-1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je $x^2+5$, a ostatak je $-1$.
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:
  **1)** $a'(a')'=(a'+a)'$ **2)** $a'\cdot a=0'$ **3)** $a\cdot 0'=a'$ **4)** $1+a=1'$ **5)** $a\cdot b=(a'b')'$
- Ako je $z\in\mathbb{C}$, upiši nedostajući element u skupu $z^5=\frac{-\sqrt{3}-i}{2}\Leftrightarrow z\in\left\{ e^{-i\frac{5\pi}{30}}, e^{i\frac{7\pi}{30}}, e^{i\frac{19\pi}{30}}, e^{-i\frac{29\pi}{30}}, e^{-i\frac{17\pi}{30}}\right\}$
- Neka su $f$ i $g$ funkcije definisane sa $f=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\d&b&a&c\end{pmatrix}$ i $g=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\c&b&d&a\end{pmatrix}$. Tada je $f\circ g=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\a&b&c&d\end{pmatrix}$,
  $f^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\c&b&d&a\end{pmatrix}$, $g^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\d&b&a&c\end{pmatrix}$, $(f\circ g)^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\a&b&c&d\end{pmatrix}$, $g^{-1}\circ f^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\a&b&c&d\end{pmatrix}$.
- Izračunati: **1)** $\arg(-13i)=-\frac{\pi}{2}$ **2)** $\arg(2e^{3i})=3$ **3)** $\arg(6)=0$ **4)** $\arg(-9)=\pi$ **5)** $\arg(2i)=\frac{\pi}{2}$
  **6)** $\arg(-1+i)=\frac{3\pi}{4}$ **7)** $\arg(3e^{5i})=5-2\pi$ **8)** $\arg(-1+i\sqrt{3})=\frac{2\pi}{3}$ **9)** $\arg(0)=$ /
- Neka su $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ i $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definisane sa $f(x)=1+x^3$ i $g(x)=\sqrt[3]{x-1}$. Izračunati: **a)** $f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1}=g(x)$
  **b)** $g^{-1}(x)=f(x)$ **c)** $(f^{-1}\circ g^{-1})(x)=x$ **d)** $(g\circ f)(x)=x$ **e)** $(g\circ f)^{-1}(x)=x$
- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija: **1)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=3x+3$ **2)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^4$
  **3)** $f:(-\infty,3]\to(-1,\infty),\ f(x)=x^2$ **4)** $f:\mathbb{R}\to(0,\infty),\ f(x)=e^{x^3}$ **5)** $f:\mathbb{R}\to(0,\infty),\ f(x)=e^{x^2}$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su grupe.
  **1)** $(\mathbb{Z},+)$ **2)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{R},+)$ **4)** $(\mathbb{R},\cdot)$ **5)** $((-1,1),\cdot)$ **6)** $([0,\infty),\cdot)$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
  **1)** $z\overline{z}=|z|^2$ **2)** $Re(z)=\frac{1}{2}(z-|z|)$ **3)** $Im(z)=\frac{1}{2}(z+|z|)$ **4)** $\overline{z_1+z_2}=\overline{z}_1+\overline{z}_2$ **5)** $|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$
  **6)** $\overline{z}\in\mathbb{R}\ \Rightarrow\ z=\overline{z}$ **7)** $\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z}_1\cdot\overline{z}_2$ **8)** $|z_1\cdot z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$ **9)** $z\neq 0\Rightarrow z^{-1}=|z|^{-2}\overline{z}$ **10)** $|z|=1\Rightarrow z^{-1}=\overline{z}$
- Ako su $P$ i $Q$ polinomi, $dg(P)=3$ i $dg(Q)=1$, tada je skup svih mogućnosti za $dg(PQ)\in\{\ 4\ \}$ i $dg(P+Q)\in\{\ 3\ \}$.
- Ako je $f\in\mathbb{R}[x]$, $f(i)=0$, tada: **1)** $x-i\mid f(x)$ **2)** $x+i\mid f(x)$ **3)** $x\mid f(x)$
  **4)** $x^2+1\mid f(x)$; **5)** $x+e^{i\frac{\pi}{2}}\mid f(x)$ **6)** $x^2-1\mid f(x)$; **7)** $x^2+x\sqrt{2}+1\mid f(x)$;
- **1)** $\arg z>0\ \Leftrightarrow\ I_m(z)>0$ **2)** $\arg z<0\ \Leftrightarrow\ I_m(z)\le 0$ **3)** $\arg z<0\ \Rightarrow\ I_m(z)\le 0$
  **4)** $-\frac{\pi}{2}<\arg z<\frac{\pi}{2}\ \Rightarrow\ I_m(z)\in\mathbb{R}$ **5)** $\arg z<0\ \Leftrightarrow\ I_m(z)<0$ **6)** $\{z|\arg z>0\}=\{z|I_m(z)>0\}\cup\mathbb{R}^-$
- Funkcija $f:(-\pi,\frac{\pi}{4})\longrightarrow(-1,1]$ definisana sa $f(x)=\cos x$ je:
  **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f:(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(0,1]$ definisana sa $f(x)=\sin x$ je:
  **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f:(\frac{\pi}{6},\frac{3\pi}{4})\setminus\{\frac{\pi}{2}\}\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\operatorname{tg}x$ je:
  **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Dat je skup kompleksnih brojeva $A=\{w|w\in\mathbb{C}\ \wedge\ w^2\ge 0\}$. Odrediti sve vrednosti $\varphi\in(-\pi,\pi]$ tako da je $\rho e^{i\varphi}\in A$ za svako $\rho>0$. $\varphi\in\{\ 0,\pi\ \}$
- Neka je $\{-2,1\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a\in\{\ 0,3\ \}$.
- Neka je $A=\{1,2,3\}$ i $B=\{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

  $\left|\{f|f:A\longrightarrow B\}\right|=\underline{8}$, $\left|\{f|f:A\xrightarrow{1-1}B\}\right|=\underline{0}$, $\left|\{f|f:A\longrightarrow B\wedge f\nearrow\}\right|=\underline{0}$, $\left|\{f|f:B\xrightarrow{na}B\}\right|=\underline{2}$,
  $\left|\{f|f:B\longrightarrow A\}\right|=\underline{9}$, $\left|\{f|f:A\xrightarrow{1-1}A\}\right|=\underline{6}$, $\left|\{f|f:B\longrightarrow A\wedge f\underline{\nearrow}\}\right|=\underline{6}$, $\left|\{f|f:A\xrightarrow{na}B\}\right|=\underline{6}$.
- Neka su $z_1=1+i$, $z_2=2$ i $z_3=1$. Izraziti u zavisnosti od $z_1$, $z_2$ i $z_3$ ugao $\measuredangle z_2z_3z_1=\arg\frac{z_1-z_3}{z_2-z_3}$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle z_2z_3z_1=\frac{\pi}{2}$. Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE
- Neka je $g:(-1,0]\to\mathbb{R}$, $g(x)=-\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x)=\underline{-\sqrt{1-x^2}}$, $g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=[-1,0)$

Prezime, ime, br. indeksa: ______________________ 21.02.2021.

Studijski program E1 E2 PR SV IT IN (zaokruži) **KOLOKVIJUM 2**

U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti broj ili brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

- Neka je $\alpha$ ravan čija je jednačina $x + y = 1$. Napisati jedan vektor normale ravni $\alpha$: $\vec{n}_\alpha = (\ 1\ ,\ 1\ ,\ 0\ )$ i koordinate jedne tačke ravni $\alpha$: $(\ 1\ ,\ 0\ ,\ 0\ )$.

- Ako je $\vec{a} = (-1, 1, 1)$ i $\vec{b} = (1, -1, 1)$, tada je: **1)** $|\vec{a}| = \sqrt{3}$ **2)** $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ **3)** $\vec{a}\vec{b} = -1$ **4)** $\vec{a} \times \vec{b} = (2,2,0)$ **5)** $\sphericalangle(\vec{a}\vec{b}) = \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora $(a, b, c)$ je:
  1) uvek nezavisna, 2) uvek zavisna, 3) nekad nezavisna a nekad zavisna, 4) generatorna, 5) nikad baza.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora $(a, b, \vec{0})$ je:
  1) uvek nezavisna, 2) uvek zavisna, 3) nekad nezavisna a nekad zavisna, 4) generatorna, 5) nikad baza.

- Koje su od sledećih uređenih $n$-torki generatorne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: 1) $\big((1, 0, 0), (0, 1, 0)\big)$
  2) $\big((1, 2, 3), (1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3)\big)$ 3) $\big((1, 0, 0)\big)$ 4) $\big((1, 2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9), (-3, 5, -9)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\underset{2}{\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}} \quad \underset{1}{\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}} \quad \underset{1}{\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}} \quad \underset{2}{\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}} \quad \underset{1}{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}} \quad \underset{2}{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}} \quad \underset{1}{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \quad \underset{1}{\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}} \quad \underset{1}{\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}}$$

- $\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2$ $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -1$ $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = -\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2, x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_2\vec{j}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$
  1) linearna transformacija 2) injektivna 3) sirjektivna 4) bijektivna 5) izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: 1) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$
  2) $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ 3) $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$ 4) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ 5) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka komplanarih slobodnih vektora. Tada: 1) trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna 2) trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna 3) postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ nezavisna 4) postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ generatorna

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, par vektora $(a, b)$ je: 1) nekad generatoran, 2) uvek nezavisan, 3) uvek zavisan, 4) nekad nezavisan a nekad zavisan. 5) nikad generatoran, 6) nikad baza.

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke $T$, projekcije tačke $A(1, 1, 1)$ na ravan $\alpha : x = 2$. $\vec{r}_T = (2, 1, 1)$

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem
$$\begin{array}{rcrcl} ax & + & y & = & 1 \\ ax & - & ay & = & b \end{array}$$
  **(a)** kontradiktoran: $(a = 0 \wedge b \neq 0) \vee (a = -1 \wedge b \neq 1)$
  **(b)** određen: $a \neq 0 \wedge a \neq -1$
  **(c)** 1 puta neodređen: $(a = 0 \wedge b = 0) \vee (a = -1 \wedge b = 1)$
  **(d)** 2 puta neodređen: /

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? 1) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Koja od tvrđenja su tačna ako je kvadratna matrica $B$ dobijena od matrice $A$ elementarnim transformacijama.
  1) $det(A) = det(B)$ 2) $det(A) \neq 0 \ \wedge \ det(B) \neq 0$ 3) $Rang(A) = Rang(B)$ 4) $A \cdot B = I$ 5) $A = \alpha B$ za neki skalar $\alpha$ 6) matrice $A$ i $B$ imaju iste karakteristične korene 7) $\exists A^{-1} \ \Leftrightarrow \ \exists B^{-1}$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice $A, B, C$ reda $n > 1$ važi:
  1) $A^2(B^2C^3) = (A^2B^2)C^3$ 2) $AB = BA$ 3) $(A^2B^2)^{-1} = B^{-2}A^{-2}$ 4) $det(A^3B) = (det(A))^3 \cdot det(B)$

- Neka je u $k$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $n$-torka vektora $(a_1, \dots, a_n)$ generatorna. Tada je:
  1) $k < n$ 2) $k \leq n$ 3) $k = n$ 4) $k > n$ 5) $k \geq n$ 6) ništa od prethodno navedenog

- Napisati $\vec{x} = (0, 0, 2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$: $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-4}{-6} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-4}{-1}$ važi: a) mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$
  b) paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ c) poklapaju se $(m = n)$ d) seku se $(m \cap n = \{M\})$